مباراة توظيف الأساتذة بموجب عقود بالنسبة
للتعليم الثانوي بسلكيه الإعدادي والتأهيلي
دورة يناير 2018
الموضوع

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الاختبار	اختبار في مادة التخصص وديداكتيك مادة التخصص	مدة الإنجاز :	4 ساعات
التخصص	الرياضيات	المعامل	3

تعليمات للمترشح

الإختبار يتكون من موضوعين:

- الموضوع الأول يتعلق بمادة ديداكتيك الرياضيات يتكون من وضعية ديداكتيكية (10 نقط)
- الموضوع الثاني يتعلق بمادة الرياضيات يتكون من أسئلة متعددة الإختيارات (10 نقط)

ملحوظة:

- جميع الأجوبة المتعلقة بأسئلة الإختبار (المكون من الموضوعين) تكون على **ورقة التحرير**.
- بالنسبة للموضوع الثاني (أسئلة متعددة الإختيارات) على النحو التالي :

Question 1 : 10+5 est égale à :
(a) 12 (b) 17 (c) 15 (d) 18

Question 2 : 12 est égal à :
(a) 6+7 (b) 5+7 (c) 7+8 (d) 6+6

كل سؤال يقبل جوابا أو جوابين و تتم الإجابة على **ورقة التحرير** بالطريقة التالية:

Question 1 : (c)
Question 2 : (b) et (d)

Scanned by CamScanner

موضوع في ديداكتيك مادة الرياضيات:(10 نقط)

الوثيقة 1 :(النجاح في الرياضيات- الجذع المشترك العلمي و الجذع المشترك التكنولوجي - الصفحة 12)

نشاط A :

1) أوجد قواسم كل من الأعداد التالية: 2 ، 3 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 ، 37
نلاحظ أن كل عدد من الأعداد السابقة له قاسمان فقط
كل عدد من هذه الأعداد يسمى عددا أوليا
2) أكتب جميع الأعداد الأولية الأصغر من 5
3) هل العددان 1 و0 أوليان؟ علل جوابك
4) العدد 187 غير أولي. لماذا؟

نشاط B :

ليكن p و q عددين أوليين بحيث $p<q$ و $3<p$. نضع $n=p+q$
1) بين أن n غير أولي.
2) حدد أكبر قاسم للعدد n و الذي يخالف n.
3) بين أن كل قاسم للعدد n و يخالف n هو أصغر من q .
4) هل p قاسم للعدد n ؟

الوثيقة 2 :البرامج و القدرات المنتظرة و التوجيهات التربوية

1- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مبادئ في الحسابيات (الصفحة 15)

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- الأعداد الزوجية و الأعداد الفردية - مضاعفات عدد، المضاعف المشترك الأصغر لعددين - قواسم عدد،القاسم المشترك لعددين - الأعداد الأولية، تفكيك عدد إلى عوامل أولية.	- توظيف الزوجية و تفكيك عدد إلى جذاء عوامل أولية في حل بعض المسائل البسيطة حول الأعداد الصحيحة الطبيعية	- يتم إدراج الرموز: $\cap, \cup, \not\subset, \subset, \notin, \in$ - يهدف تناول "مبادئ في الحسابيات" إلى استئناس التلاميذ ببعض أنماط البرهنة من خلال استعمال الأعداد الزوجية و الأعداد الأولية دون إفراط.

الجزء الأول:

أقترح أستاذ مادة الرياضيات على تلاميذته الأنشطة موضوع الوثيقة 1
بالاعتماد على فحوى الوثيقتين 1و2 أجب عن الأسئلة التالية:

1- أ) حدد المستوى الدراسي المستهدف من هذه الأنشطة .
ب) أعط عنوانا للدرس المستهدف من هذه الأنشطة.
ج) أجب عن السؤال 3) من النشاط A
د) في حالة تعثر بعض التلاميذ في التعامل مع السؤال 3) من النشاط A ،كيف يمكن تدبير هذا الوضع؟

2- أ) حدد المعارف الأساسية التي يهدف إليها النشاط التمهيدي A .
ب) أعط صياغة رياضية دقيقة للمعارف الأساسية الواردة في النشاط A .

3- أعد صياغة جديدة للنشاط A حتى يكون ملائما أكثرا لاختياراتك.

4- أعط معالجة ديداكتيكية للنشاط A .

(كيفية تدبير النشاط داخل الفصل الدراسي مبرزا دور كل من الأستاذ و المتعلم)

Scanned by CamScanner

5- أجب عن الأسئلة الواردة في النشاط B

6- حدد الهدف المراد تحقيقه من النشاط B

7- أ) ما هي الصعوبات التي قد تعترض المتعلم عند إنجاز النشاط B و حدد مصادرها المحتملة.

ب) اعط نموذج لوضعية الدعم لتجاوز هذه الصعوبات.

8- ترجم النصوص التالية إلى اللغة الفرنسية :

النص 1	كل عدد صحيح نسبي غير أولي يمكن تفكيكه إلى جداء عوامل أولية.
النص 2	المضاعف المشترك الأصغر لعددين صحيحين طبيعيين a و b هو أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين a و b
النص 3	الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x هو أكبر عدد صحيح نسبي أصغر أو يساوي x

الجزء الثاني :

1- يعتبر مفهوم العدد من المفاهيم الأساسية التي تركز عليها البرامج بجميع أسلاك التعليم الثانوي.
أعط كرنولوجيا تطور مفهوم العدد حسب مستويات التعليم الثانوي بسلكيه الإعدادي و التأهيلي.

2- نعلم أن: $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

أ) حدد خاصية محققة في $\mathbb{R}$ و غير محققة في $\mathbb{C}$

ب) حدد خاصية محققة في $\mathbb{Q}$ و غير محققة في $\mathbb{R}$

الجزء الثالث:

اقترح أستاذ الرياضيات على تلامذته التمرين التالي:

حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية x و y التي تحقق العلاقة: $(E) : 2^x + 1 = y^2$

1- لاحظ أحد التلاميذ أن: $x = 3$ و $y = 3$ يحققان العلاقة (E)

هل تعتبر ملاحظة التلميذ جوابا على السؤال المطروح ؟ (علل جوابك)

2- لاحظ أحد التلاميذ أن $x = 3$ و $y = 3$ هما العددان الوحيدان اللذان يحققان العلاقة (E) و علل ذلك بأنه إذا كان $x > 3$ فإن $y > 3$

أ) حدد نوع الاستدلال الذي اعتمد عليه التلميذ.

ب)هل ما توصل إليه التلميذ يدخل في خانة تعليل أو دليل أو برهان؟

ج)أذكر الخلل في الحل المقترح من طرف التلميذ.

د) اقترح حلا للتمرين يمكن تقديمه لتلاميذة الجذع المشترك العلمي.

Scanned by CamScanner

موضوع في مادة الرياضيات: (10 نقط)

EXERCICE 1

On considère les ensembles suivants :

$$E_1 = \{7n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad , \quad E_2 = \{4n \mid n \in \mathbb{N}\}$$
$$E_3 = \{28n \mid n \in \mathbb{N}\} \quad , \quad E_4 = \{30n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

Question 1 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) $E_1 \subset E_3$. (b) $E_3 \subset E_2$. (c) $E_3 \cap E_4 = E_1$. (d) $E_1 \cap E_2 = E_3$.

Question 2 Soit E un ensemble non vide et $a \in E$. On note $\mathcal{P}(E)$ l'ensemble des parties de E et on considère l'application :

$$f : \left| \begin{array}{ccc} \mathcal{P}(E) & \longrightarrow & \mathcal{P}(E) \\ X & \longmapsto & \begin{cases} X \cup \{a\} & \text{si} \quad a \notin X, \\ X \setminus \{a\} & \text{si} \quad a \in X. \end{cases} \end{array} \right.$$

Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) Si E est fini alors f est injective et non surjective.
(b) f est surjective non injective.
(c) f est bijective.
(d) f n'est injective ni surjective.

Question 3 On suppose que E est fini de cardinal $n \geq 2$; et on note :
$\mathcal{P}_0(E)$ l'ensemble des parties de E de cardinal pair.
$\mathcal{P}_1(E)$ l'ensemble des parties de E de cardinal impair.
On a alors,

(a) $\text{card}(\mathcal{P}_0(E)) = 2n$.
(b) $\text{card}(\mathcal{P}_0(E)) = 2\text{card}(\mathcal{P}_1(E))$.
(c) $\text{card}(\mathcal{P}_1(E)) = 2^{n-1}$. ✓
(d) $\text{card}(\mathcal{P}_0(E)) = \text{card}(\mathcal{P}_1(E))$. ✓

EXERCICE 2

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$; on note A le point d'affixe $z_A = 1$ et on considère la transformation φ qui à chaque point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que :

$$z' = (1+i)z - i.$$

Question 4 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) Le triangle AMM' est isocèle rectangle en M.
(b) Le triangle AMM' est isocèle rectangle en M'.
(c) Le triangle AMM' est équilatéral.
(d) Une mesure de l'angle $\left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MM'}\right)$ est $\frac{\pi}{4}$.

Scanned by CamScanner

Question 5 Soient B le symétrique du point A par rapport à l'origine du repère O, M le point d'affixe $z = \dfrac{-1+i}{2}$ et M' son image par φ ; alors :

(a) Les points A, B, M et M' appartiennent au cercle de diamètre $[AM']$.

(b) Les points A, B, M et M' n'appartiennent à aucun cercle.

(c) Les points A, B, M et M' appartiennent au cercle de diamètre $[AB]$.

(d) Les points A, B, M et M' appartiennent au cercle d'équation cartésienne $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \dfrac{5}{4}$.

EXERCICE 3

Dans l'espace euclidien orienté $\mathbb{R}^3$ rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points A, B et C, de coordonnées :

$$A(1,0,-1) \quad , \quad B(0,2,-2) \quad , \quad C(2,2,2)$$

Question 6 Soit $\vec{n}_1(4,1,-2)$. Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) Le vecteur $\vec{n}_1$ est un vecteur directeur de la droite (AB).

(b) Le vecteur $\vec{n}_1$ est un vecteur directeur de la droite (AC).

(c) Le vecteur $\vec{n}_1$ est normal au plan (ABC). ✓

(d) Le point C appartient à la droite passant par A et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{AB}$.

Question 7 Une équation cartésienne du plan (ABC) est :

(a) $4x+y-2z=6$. ✓ (b) $4x-y+2z=6$. (c) $2x+4y-z=1$. (d) $x+2y-4z=1$.

Question 8 Soit $\mathcal{P}$ le plan d'équation cartésienne : $x-2y+z=0$. Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

✓ (a) Les deux plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont perpendiculaires.

(b) Les deux plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont parallèles.

(c) Le vecteur $\vec{n}_1$ est normal au plan $\mathcal{P}$.

✓ (d) Les deux points A et C appartiennent à $\mathcal{P}$.

EXERCICE 4

Soit la suite $(a_n)_{n\geq 2}$ définie par :

$$\forall n \geq 2 : a_n \in]0,\pi[\quad \text{et} \quad \sin(a_n) = \frac{a_n}{n}.$$

Scanned by CamScanner

Question 9 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) La suite $(a_n)_{n\geq 2}$ est convergente de limite 0 .

(b) La suite $(a_n)_{n\geq 2}$ est croissante.

(c) La suite $(a_n)_{n\geq 2}$ est décroissante.

(d) Pour tout $n \geq 2 : a_n \leq \frac{\pi}{2}$.

Question 10 Il existe deux réels a et b et une suite $(\varepsilon_n)_{n\geq 2}$ convergeant vers 0 , tels que pour tout $n \geq 2$, on a $a_n = a + \frac{b}{n} + \frac{1}{n}\varepsilon_n$, alors :

(a) $a = 0$ et $b = \frac{\pi}{2}$. (b) $a = \pi$ et $b = -\pi$. (c) $a = \frac{\pi}{2}$ et $b = -\pi$. (d) $a = \pi$ et $b = -\frac{\pi}{2}$.

Question 11 On note A l'ensemble :

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sin(x) = x^2 + x + 1 \right\} ;$$

Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) $A \subset [0, 1]$. (b) $A \subset]-1, 0[$. (c) A n'est pas borné. (d) A contient au moins trois éléments

EXERCICE 5

Soit l'équation différentielle

$$\left(1 + x^2\right) y'(x) + 2xy(x) = \frac{1}{x} , \qquad (E)$$

que l'on étudie sur $I =]0, +\infty[$.

Question 12 Soient $y_0 \in \mathbb{R}$ et f la solution de (E) sur I telle que $f(1) = y_0$. La tangente $\mathcal{T}_A$ à la courbe représentative de f au point $A(1, y_0)$ admet pour équation :

(a) $y = y_0 + (1 - y_0)(x - 1)$. (c) $y = (1 - y_0)x + 2y_0 - 1$.

✓ (b) $y = \frac{1}{2}(x - 1) - y_0(x - 2)$. (d) $y = \left(\frac{1}{2} + y_0\right)x + 2y_0 - 1$.

Question 13 Les tangentes $\mathcal{T}_A$, lorsque y_0 varie, sont :

(a) Concourantes au point $B(3, 2)$.

(b) Parallèles .

(c) Concourantes au point $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$.

(d) Concourantes au point $B(1, 1)$.

EXERCICE 6

Soit f et g la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$.

Scanned by CamScanner

Question 14 Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) f est croissante. (c) f est bornée.

(b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 0$. (d) f est paire.

Question 15 On note g la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par $g(x) = \int_0^1 \frac{e^{-x^2(1+t^2)}}{1+t^2} dt$; alors :

(a) g est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 2e^{-x^2} f(x)$. (c) $g(0) = \frac{\pi}{4}$.

(b) g est de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = -2f'(x) f(x)$. (d) $g(0) = \frac{\pi}{2}$.

Question 16 En considérant la fonction $g + f^2$, on peut alors conclure que :

(a) f admet une limite en $+\infty$ qui vaut $\frac{\pi}{2}$. (c) f admet une limite en $+\infty$ qui vaut $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

(b) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. (d) f admet une limite en $+\infty$ qui vaut $\frac{\pi}{4}$.

EXERCICE 7

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{(2k+1)^2}$. La suite $(S_n)_n$ est croissante et majorée et donc convergente. On se propose de calculer $\lim_{n \to +\infty} S_n$, notée $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$.

Question 17 Pour tout $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, on a :

(a) $\frac{4}{\sin^2(x)} = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{4}\right)}$. (c) $\frac{2}{\sin^2(x)} = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x+\pi}{2}\right)}$.

(b) $\frac{4}{\sin^2(x)} = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi-x}{2}\right)}$. (d) $\frac{2}{\sin^2(x)} = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x}{4}\right)}$.

Question 18 On démontre par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$:

(a) $\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^n$. (c) $\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^{4n-3}$.

(b) $\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^{2n-1}$. (d) $\sum_{k=0}^{2^{n-1}-1} \frac{1}{\sin^2\left(\frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}\right)} = 2^{3n-2}$.

Scanned by CamScanner

Question 19 Soit g la fonction définie sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$, par $g(x) = \frac{1}{\sin^2(x)} - \frac{1}{x^2}$. Parmis les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

(a) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} g(x) = -\infty$.

(b) $\lim\limits_{x \longrightarrow 0^+} g(x) = +\infty$.

(c) g est bornée sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right]$.

(d) g n'est pas prolongeable par continuité à droite de 0.

Question 20 En majorant $\left|\sum\limits_{k=0}^{2^{n-1}-1}\left(\frac{1}{\sin^2(x_k)} - \frac{1}{(x_k)^2}\right)\right|$ avec $x_k = \frac{(2k+1)\pi}{2^{n+1}}$, on démontre que :

(a) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{6}$.

(b) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

(c) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{12}$.

(d) $\sum\limits_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} = \frac{\pi^2}{4}$.

Scanned by CamScanner